

Conférence C. Houdement – Canopé – 21 mars 2018

- 1) Que signifie « Enseigner les mathématiques » ?
- 2) Un bref regard sur la résolution de problèmes
 - Analyse d'un problème posé aux évaluations 6^e
- 3) Comment réussit-on à résoudre un problème ?

Point de vue d'un psychologue cognitiviste : Jean Julo

- Analyse de la résolution de 4 problèmes : Les massifs de tulipes (4 opérations)
- Comment fait-on pour choisir l'opération nécessaire à la résolution de problème ?
- Automatisation

Problème : Les châtaignes de Charles

- Analyse des stratégies d'une classe de CM2
- Hypothèses, essais, tâtonnement si la procédure n'est pas automatisée en CM2.

Jean Julo : Il y a plusieurs processus pour résoudre un problème

- Représentationnel (mental) : le sujet se représente mentalement (et « personnellement ») le problème
- Si le problème est connu ou reconnu par l'élève, il met en œuvre une procédure issue de sa mémoire des problèmes résolus
- Si le problème est inconnu : il doit inventer une stratégie qui nécessite plus de temps

Il faut alimenter la mémoire des problèmes

Certains élèves n'ont pas de problèmes automatisés. Plus on rencontre de problèmes et qu'on les résout, plus on peut en reconnaître.

Il faut donner la possibilité aux élèves de réussir à construire des réponses.

Pour cela, une piste est de s'appuyer sur les types de problèmes, classés par analogie de raisonnement (Vergnaud). Laisser la responsabilité aux élèves de leur réponse. Acte de pensée, ils doivent s'engager dans ce qu'ils ne connaissent pas. Il faut donc outiller les élèves pour les faire avancer.

- 4) Les problèmes basiques.
 - 1 seule étape
 - Syntaxe simple
 - Pas de donnée superflue

Ex : 2 données pour trouver la 3^e.

Présentation de ressemblances significatives dans une liste de problèmes.

Il faut que l'élève puisse entrer facilement dans le problème, qu'il puisse essayer quelque chose.

Si le matériel est fourni : Adéquation avec le problème, pas trop abstrait

L'élève doit pouvoir contrôler ses réponses, prendre conscience qu'il s'est trompé.

Reproposer plusieurs problèmes dans le même contexte, du même type en modifiant les variables.

Comparaison de 10 problèmes : Ressemblances

- Le contexte, la formulation peuvent produire des différences

- Types d'opérations
- Problèmes de composition d'état (ex : 6, 10, 13)
- Problèmes de transformation d'état (ex : 11, 7, 8)

L'écriture arithmétique intervient après la résolution. Dans un premier temps, elle est écrite par le maître pour résumer le problème.

Si un élève essaie tout de suite d'utiliser les premiers nombres qu'il lit dans le problème, et que sa réponse est très souvent erronée, c'est qu'il n'essaie pas de se raconter l'histoire, il n'a pas compris ce qui se jouait dans ce problème. Mais un élève qui répond très vite et correctement, a sans doute automatisé le problème, comme nous et les problèmes de massifs de fleurs.

Il faut apprendre aux élèves de passer de $25 + ? = 37$ (Recherche par essais) à $37 - 25 = ?$ (et inversement)

Des élèves peuvent être opérationnels pour certains types de problèmes et pas d'autres.

Il faut les classer et faire rencontrer des problèmes de tous les types aux élèves. Il faut voir des types additifs et soustractifs chaque année mais faire varier les types de problèmes rencontrés (ce qui correspond aux sens des opérations).

- 5) Un dispositif matériel (présent pour aider les élèves à se représenter mentalement le problème et utile pour valider/invalidier les réponses proposées), des exemples de procédures pour la résolution d'un problème, inscrit dans une progression sur problèmes additifs.

Utilisation de cubes dans une boîte. L'enseignant ne montre pas les cubes au départ. Les élèves doivent trouver combien il y avait de cubes au départ dans la boîte.

Type de problème : Transformation d'état : il faut préciser Où est la question ? Etat initial. Problème proposé en 2nde moitié de CE1.

L'enseignante construit l'image. Elle inscrit les élèves dans l'autonomie de se construire mentalement par la suite ces types de problèmes.

L'écriture arithmétique suit la réponse dans un premier temps. Les élèves peuvent trouver une réponse en utilisant leur doigt, calculer de tête, ou pour certains, déjà utiliser l'écriture. Savoir quelle est la bonne réponse donne lieu à discussion : les élèves échangent. L'écriture arithmétique est toujours donnée à la fin par l'enseignant. Refaire la procédure en collectif pour « vérifier » la réponse valide. Ce n'est pas le professeur qui doit choisir la réponse. Il faut que les élèves prennent du plaisir à trouver la réponse et à vérifier que c'est bien celle-là. C'est comme un jeu où on gagne si on a la réponse « de la boîte »

- 6) Conclusion sur le niveau de difficulté des problèmes basiques présentés précédemment.

Les problèmes à automatiser d'abord dans le fil de la scolarité : Problème additifs (+, -)

- Composition d'états (ou problèmes partie-partie-tout) avec question sur le tout
- Transformation (positive, négative) d'états avec question sur l'état final
- Composition d'états (ou problèmes partie-partie-tout) avec question sur une partie

Il existe ensuite d'autres problèmes rencontrés au C2 mais plus compliqués :

- Transformation d'état avec question sur la transformation
- Transformation d'état avec question sur l'état initial

- 7) Compléments liés aux problèmes basiques

L'enjeu : Que l'élève sache reformuler. Il doit pouvoir passer de l'écriture $57 + ? = 126$ à l'écriture $126 - 57 = ?$

REMARQUE : ce sera aussi vrai en cycle 3 pour le passage de l'écriture $25 \times ? = 575$ à l'écriture $575 : 25 = ?$

Il y a des activités en décroché qui permettent cela :

1- Travail sur les jeux d'écritures.

But des trios : Faire comprendre aux élèves comment une écriture additive peut se transformer en écriture soustractive avec les 3 mêmes nombres. La transformation des écritures n'est pas perçue (a fortiori pas automatisée) par certains élèves si on n'effectue pas ce travail avec eux.

2_ Travailler sur calcul mental et calcul en ligne : Habituer les élèves à entendre et comprendre des formulations différentes qui veulent dire la même chose (quelle est la différence entre .. et... ? quel est l'écart entre ... et ... ? quel nombre pour aller de .. à ... ? quel nombre ajouter à .. pour obtenir .. ? Cela a à voir avec le vocabulaire, mais aussi des phrases complètes. Mettre en réseau des formulations de calculs.

3_ dans un problème il ne faut pas exiger tout de suite l'opération. Il faut laisser l'élève trouver la réponse en utilisant la méthode de son choix plutôt que lui imposer l'opération. Proposer une feuille pour travailler sans lignes avec un endroit pour écrire la réponse et un espace blanc pour la recherche. Pas de zone « Opérations ». Il est préférable de mettre la question avant l'énoncé du problème (ou pour les élèves en difficulté, une reformulation avec question au début peut aider). En effet c'est la question qui pilote la manière dont on lit le problème.

8) Travail sur les problèmes complexes

Exemple d'un problème qui ne deviendra jamais automatique en CP.

« Problèmes de recherche, atypiques ». Les élèves devront développer une procédure.

- 1) Permettre aux élèves de construire une représentation du problème. Jouer la scène avec les élèves avec du matériel. Faire vivre l'histoire. Incorporation.
- 2) Chaque élève va avoir un problème avec un nombre différent, une feuille de recherche et phase de contrôle des réponses en jouant ou avec des cubes.
- 3) Les élèves refont le problème avec des nombres différents.
- 4) Ce qui est à retenir

Faire comprendre aux élèves que certains dessins vont aider à trouver la réponse : Schématisation. Si besoin, introduire un dessin d'un élève (fictif ou non) « de l'année dernière » pour faire évoluer les dessins de manière plus stylisée.

Dernier problème : complexe

C'est un composé de problèmes basiques. Ils ne sont pas écrits. Il faut les construire.

Pour le résoudre, il faut construire les « sous-problèmes basiques » qui le constituent.

Si les élèves n'ont pas automatisé les problèmes basiques, ils ne pourront pas résoudre ce type de problème complexe.

On peut donner ce type de problème quand on pense que la classe a automatisé les problèmes basiques qui le constituent.