

Mission Villani-Torossian

Vadémécum

Référents Mathématiques de
Circonscription & Formation

Version1.0

Ce vadémécum est consacré à la mesure 14 du rapport « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques »¹ co-écrit par Cédric Villani et Charles Torossian, portant sur la formation continue des professeurs des écoles.

Dans un département français, le taux d'encadrement² permanent en mathématiques dans le premier degré est de l'ordre de 1/1000. C'est un taux trop faible qui concourt, aux côtés d'une formation initiale ténue, à la dégradation de l'efficacité de notre enseignement en mathématiques comme expliqué dans le rapport Villani-Torossian. L'objectif de la mesure 14 est donc de multiplier rapidement par 5 cet effectif d'encadrement, d'accompagnement et d'expertise. La mesure 1 quant à elle, prévoit de multiplier par 5 le temps consacré aux mathématiques dans la formation initiale.

Ce rapport pointe également la nécessité d'accompagner les professeurs en exercice vers une meilleure **expertise disciplinaire** pour rendre la didactique et la pédagogie plus efficaces auprès des élèves. Par ailleurs, sachant que le rendement de la formation continue n'est pas proportionnel au volume horaire consacré, il faut dépasser un certain seuil volumétrique pour voir un effet majeur de transformation ; ce seuil est estimé dans ce vadémécum à **9 demi-journées sur une année**. Enfin, la modalité la plus efficace étant le travail en petits groupes sur ce temps long, nous préconisons dans ce vadémécum d'organiser la formation continue autour **de groupes de 6 à 8 professeurs des écoles**.

Ce vadémécum détaille dans une première partie (**Partie I**) les missions des **référents mathématiques de circonscription** de la mesure 14 du rapport Villani-Torossian, **appelés ici référents-MC**. Il s'attache à en développer les principes directeurs et préciser la nouveauté des modalités d'action du référent-MC.

En regard de ces missions, le vadémécum expose dans la seconde partie (**Partie II**) les besoins spécifiques en formation qui seront traduits et déclinés dans un plan de formation à la fois au niveau national et au niveau académique. Les standards internationaux de formation montrent qu'il n'est pas envisageable d'atteindre une véritable montée en expertise à moins de 120 h de formation de haut niveau. Ce vadémécum propose donc un plan de formation de base de **24 jours étalés sur 2 ans**, dont 6 au niveau national et 18 au niveau académique.

Ce plan de formation a vocation, non seulement à être proposé à la première vague de référents-MC recrutés en septembre 2018, mais aussi à bénéficier dès que possible à la seconde vague (futurs référents-MC à partir de septembre 2019). Pour optimiser les efforts déployés en académie, cette formation peut également être proposée à un public plus large (inspecteurs de l'éducation nationale du premier degré³, conseillers pédagogiques de circonscription⁴, professeurs des écoles maîtres formateurs, professeurs du second degré futurs référents-MC, etc.) permettant une montée en

¹ <http://www.education.gouv.fr/cid126423/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques.html>

² Nombre de personnes spécialisées dans l'accompagnement en mathématiques/nombre de professeurs des écoles dans le département.

³ IEN dans la suite du texte

⁴ CPC dans la suite du texte

compétence de l'ensemble de l'encadrement permanent en circonscription. Ce vadémécum s'inscrit dans le prolongement de la note du Directeur Général de l'Enseignement scolaire du 5 juillet 2018 adressée aux recteurs d'académie et a été produit par un groupe de travail⁵ dirigé par Charles Torossian, inspecteur général en mission extraordinaire.

Dans la perspective des fusions d'académies au 1^{er} janvier 2020, et compte tenu de l'ambition portée par le vadémécum, il paraît opportun de réfléchir aux synergies qui pourront être déployées dans le cadre des rapprochements au sein des régions académiques.

Il n'y a pas de règles absolues concernant le profil type du référent mathématiques de circonscription. Les équilibres subtils entre le désir de terrain chez les personnels motivés, les compétences et qualités attendues chez les référents-MC et les contraintes propres à chaque territoire constituent autant d'éléments qui présideront ou influenceront sur la désignation de ces personnes. Néanmoins les premiers contacts de terrain ont montré que les profils suivants – sans constituer une liste exhaustive ou fermée – permettent d'élargir le vivier de ces futurs spécialistes de la formation continue en mathématiques :

- maître formateur spécialisé en mathématiques déjà en poste ;
- conseiller pédagogique qui souhaite augmenter sa valence mathématique ;
- professeur des écoles de profil scientifique, repéré par exemple lors du plan cycle 3 l'an passé et qui ferait le choix de s'investir dans la formation adulte ;
- professeur certifié ou agrégé (parfois anciennement professeur des écoles), qui s'est investi dans la liaison écoles-collèges ou qui aurait déjà bénéficié d'une formation spécifique sur l'enseignement primaire ;
- membre de l'Espé de valence mathématique ayant une bonne connaissance du terrain.

Ce vadémécum détaille trois axes de changements majeurs, concernant la formation continue des professeurs des écoles en circonscription sous la conduite du référent-MC :

- une formation locale, décentralisée, dans la confiance et en temps long ;
- un travail basé autour d'un groupe de 6-8 professeurs des écoles ;
- un travail centré sur les contenus mathématiques abordés en profondeur, en vue d'une confrontation à la pratique de classe.

Ces missions appellent des besoins spécifiques dans la formation des référents-MC qui nécessiteront d'être définis et explicités dans la seconde partie du vadémécum.

⁵ **Composition du groupe** : Aurélien Alvarez, Sandrine Chabault, Jean-François Chesné, Anne Cortella, Hubert Courteille, Patrice Lemoine, Géraldine Mastrot, Nathalie Pasquet, François Recher, Pierre Saurel, Eric Serra, Miguel Toquet et Evelyne Touchard.

I.	Les rôles et missions du référent mathématiques de circonscription.....	5
	A- Rôles et modalités d'action du référent.....	5
	B- Scénario type de l'accompagnement d'un groupe de 6-8 PE (à titre indicatif)	8
II.	Modules de base d'une formation de 24 jours pour les référents mathématiques	10
	Axe I - Une approche centrée sur la confiance et le développement professionnel entre pairs [3 journées en académie & 1 journée au national]	11
	1. Définir la fonction d'accompagnateur	11
	2. Mettre en place un dispositif d'accompagnement entre pairs	12
	3. Travailler de manière collaborative	12
	Axe II- Savoirs disciplinaires en contexte scolaire et culture mathématique [9 journées en académie + 1 journée au national].....	13
	1. Nombres et Calcul [Mesure 11]	14
	2. Grandeurs et mesures.....	15
	3. Géométrie	16
	Axe III- Savoirs didactiques et pédagogiques [4 journées en académie & 2 journées au national]	17
	1. Les « méthodes » pour un apprentissage efficace	17
	2. Des outils pour enseigner	18
	Axe IV - Culture professionnelle du référent [2 journées en académie & 2 journées au national].....	19
	1. Eléments généraux.....	19
	2. Les spécificités de l'enseignement des mathématiques au premier degré.....	20

I. Les rôles et missions du référent mathématiques de circonscription

La **mission du référent-MC** est de travailler prioritairement des notions mathématiques avec des petits groupes d'enseignants lors de demi-journées de formation *in situ sur* du temps long. Il importe de travailler peu de thèmes mais en profondeur au sein d'un groupe. Ces thèmes seront définis en accord avec les enseignants, en lien avec les notions leur posant souvent des difficultés dans la pratique.

La seconde partie de ce vadémécum (**Partie II- Axe II**) détaillera les notions mathématiques qui seront-elles-mêmes abordées lors des journées de formation des référents en académie.

L'ensemble de ces contenus doit être en accord avec, d'une part les focales du plan mathématique développées par la DGESCO sur les cycle 3 et 2 (années 2017-2019)⁶ qui ont permis l'émergence de ressources intéressantes, et d'autre part les recommandations du rapport Villani-Torossian, notamment autour du calcul (§3.2). À ce titre on rappelle ici la nature des focales :

- Focales cycle 2 du plan Dgesco: numération et calcul, calcul mental, résolution de problèmes arithmétiques
- Focales cycle 3 du plan Dgesco : calcul, résolution de problèmes, proportionnalité, fractions et décimaux

A- Rôles et modalités d'action du référent

Nous présentons ici de manière synthétique les rôles attendus du référent-MC en les regroupant en quatre paragraphes

1. Travailler en réseau au niveau académique

Le rapport Villani-Torossian met en lumière la nécessité de mobiliser l'ensemble des acteurs du système éducatif pour améliorer l'enseignement des mathématiques. La création d'un réseau de référents de circonscription dans chaque académie s'inscrit dans cette organisation stratégique et dans la mise en place d'un pilotage transversal et concerté.

Concernant les référents-MC, cela s'incarne de la manière suivante :

- Travail en synergie avec l'IEN Adjoint au DASEN, l'IEN de circonscription, l'IEN chargé de la mission mathématique pour le département et le Chargé de mission académique : planification des actions, points d'étapes, communication d'informations, ...

⁶ http://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=128731 et note du 26 mars 2018 du Directeur général de l'enseignement scolaire aux recteurs.

- Travail avec les autres référents-MC de son académie : partage de ressources et de pratiques, analyse des modalités d'accompagnement, mutualisation de productions, etc.
- Travail conjoint des binômes de référents-MC enseignants 1^{er} et 2nd degré lorsque ces modalités sont proposées en académie.
- Participation à des actions académiques de formation spécifique à destination des référents.

2. Travailler avec un groupe de 6-8 professeurs des écoles dans la confiance

Le référent privilégiera l'accompagnement comme un cheminement entre pairs permettant à chaque partie de développer **les connaissances en mathématiques** de chacun. Il convient d'insister sur le caractère horizontal et participatif du rôle du référent-MC dans l'accompagnement et les formations qu'il sera amené à mettre en place. En particulier, grâce à une transparence et une bienveillance dans les échanges, il s'agira de permettre à chacun des professeurs des écoles d'un groupe de pouvoir formuler des besoins ou des souhaits de formation mais aussi des difficultés personnelles relatives à certaines notions mathématiques.

Ces objectifs sont plus facilement atteignables si la cellule de travail du référent se fonde sur un groupe de 6-8 professeurs des écoles. En effet, trop petite cette cellule n'a pas assez de variabilité, trop grande elle ne permet pas l'engagement de tous.

Les compétences et actions à déployer pour le référent-MC peuvent ainsi être décrites :

- Accompagnement individuel et collectif, rôle d'accompagnateur et de facilitateur dans la libération de la parole pour l'expression des besoins de terrain en mathématiques.
- Accompagnement individuel en présentiel en classe, accompagnement collectif en groupe (méthodes d'animation du travail collectif et collaboratif et de la dynamique de groupe, etc.), accompagnement à distance (mise en place d'outils collaboratifs).
- Séances de co-observation (dans le cadre de Lessons Studies⁷ par exemple).
- « Community management » entre groupes : mise à disposition de ressources, mise en relation des groupes, impulsion de nouvelles pratiques, dynamique de travail entre pairs.
- Prise en compte les pratiques des enseignants individuellement et collectivement et les évolutions au sein des groupes : évolution du ressenti et de l'aisance du professeur des écoles, travail collaboratif entre pairs autour du développement professionnel, etc.

3. Préparer la formation des groupes de 6-8 professeurs des écoles

L'accompagnement de plusieurs groupes de 6 à 8 professeurs des écoles ainsi que les actions en lien avec les autres référents-MC de l'académie nécessitent de définir un nombre raisonnable de groupes à

⁷ Lessons Studies : <https://eduveille.hypotheses.org/8807>

accompagner ainsi qu'un équilibre à trouver entre les différents modes d'actions (observation, formation, suivi). Il s'agit pour le référent-MC d'optimiser son action pour, notamment, travailler dans la confiance, au plus près des besoins de terrain tout en veillant à l'efficacité des actions déployées.

Le référent pourra ainsi procéder de la manière suivante pour établir avec les groupes accompagnés les besoins de formation :

- Récupérer au préalable l'information auprès des professeurs des écoles par un questionnaire en ligne, des échanges sur les besoins déjà repérés avec l'IEN de circonscription.
- Prendre contact avec les groupes et animer une séance en présentiel pour installer la confiance des enseignants, instaurer une dynamique positive et ouverte de travail de groupe, permettre à la parole de se libérer.
- Etablir un diagnostic avec les groupes et une feuille de route par groupe accompagné (à court, moyen, long terme) : contenu des formations et actions mises en place dans l'année, calendrier, modalités de travail individuel et collectif des professeurs des écoles au sein du groupe.

4. Planifier les actions de formation

Les actions du référent-MC nécessitent une certaine autonomie d'action et une adaptabilité à la réalité et aux besoins de terrain en fonction des groupes accompagnés. Force est de constater que cette souplesse attendue dans les postures et les contenus abordés peut susciter des difficultés pour les référents-MC. Ils devront donc planifier et adapter de manière dynamique les actions déployées au sein des différents groupes. Une mise en relation des groupes pourra enrichir les réflexions conduites et les problématiques abordées.

Néanmoins, malgré cette variabilité dans la programmation annuelle et dans les niveaux d'approfondissements, des invariants peuvent être décrits de la manière suivante :

- **Travailler les contenus mathématiques** comme indiqué en introduction, **développer une culture mathématique** afin de redonner confiance aux enseignants et améliorer la réussite collective des élèves : travailler les notions mathématiques (par exemple : principes de la numération, la multiplication pour les entiers et les décimaux, les algorithmes de la multiplication ou de la division des entiers, la proportionnalité, les propriétés des opérations, les angles, les aires, ...), mais aussi travailler des méthodes pédagogiques efficaces tant d'un point de vue théorique que pratique (par exemple le triptyque manipuler/verbaliser/abstraire).
- Réfléchir à la place de l'écrit et à son utilisation.
- Observer des séances en classe (2 à 3 par professeur des écoles).

- Analyser des séances individuellement et collectivement dans une optique de développement professionnel (analyse centrée sur l'enseignant).
- Concevoir collectivement et mettre en œuvre des séances de classe dans une optique *Lessons Studies*.
- Conseiller ou proposer des ressources et/ou du matériel pour la classe, accompagnées d'une analyse de leur intérêt didactique.

B- Scénario type de l'accompagnement d'un groupe de 6-8 PE (à titre indicatif)

Dans l'esprit décliné dans le rapport Villani-Torossian, il s'agit d'établir un point de rencontre entre le pilotage et le désir. Le choix des thématiques abordées se fonde donc largement sur les demandes exprimées par les enseignants eux-mêmes. La constitution des groupes de professeurs est un point clé pour optimiser l'efficacité du dispositif et relève du pilotage ; les IEN chargés de mission mathématiques au niveau départemental, les IEN de circonscription et le chargé de mission académique seront associés à l'organisation des groupes.

1. Orientations pour la constitution des groupes accompagnés par le référent-MC

Afin de constituer des groupes significatifs d'une taille raisonnable mais tout en s'adaptant aux réalités de terrain (contraintes géographiques, nombre d'enseignants désireux de s'inscrire dans le processus, etc.), la cellule de base présentée dans ce vadémécum est constituée de 6 à 8 professeurs des écoles.

Pour mettre en place une dynamique de travail efficace entre pairs, il paraît souhaitable que les enseignants d'un même groupe aient en charge des classes d'un même cycle.

Au moins deux scénarios sont possibles concernant la constitution des groupes :

- soit la constitution de groupes de professeurs d'une même école dans un cadre de fonctionnement assez classique ;
- soit des groupes constitués d'enseignants issus de plusieurs écoles.

Cette seconde modalité est sans doute plus difficile à mettre en œuvre sur des territoires non urbains, mais peut être plus profitable à l'impulsion et l'accompagnement. Elle pourra, à ces différents titres, être préférentiellement envisagée.

2. Scénario Type

De manière pratique, un scénario type pour l'accompagnement d'un groupe de 6 à 8 professeurs des écoles est proposé :

- 2 ou 3 demi-journées de visites en classe pour chacun des PE ;
- 7 demi-journées de formation en présentiel pendant lesquelles les membres du groupe sont rassemblés pour travailler sur un programme de formation co-défini avec les équipes et également établi en liaison avec l'IEN de circonscription

Cela donne par exemple pour un groupe constitué de 8 professeurs des écoles issus de 4 écoles (2 par école) le schéma suivant, sachant que le référent peut rendre visite à 2 professeurs des écoles sur la même matinée pendant des séances consacrées aux mathématiques :

- 4 fois 2 ou 3 demi-journées de visites en classe : soit 8-12 demi-journées de visites en classe pour le référent-MC ;
- 7 demi-journées de formation pour le groupe réuni.

Cela constitue dans cette configuration du groupe, **environ 18 demi-journées pour l'accompagnement in situ d'un groupe de 8 professeurs des écoles.**

Ce volume de base est intéressant ; il est souple en termes de gestion et il permet de suivre une petite dizaine de groupes pour un référent à temps plein. Il permet à un professeur certifié en collège, qui aurait 3h de décharge, de suivre 2 groupes sur l'année mais aussi à un référent-MC à temps partiel de rester efficace dans l'accompagnement d'un nombre adapté de groupes.

II. Modules de base d'une formation de 24 jours pour les référents mathématiques

Les standards internationaux de formation montrent qu'il n'est pas envisageable d'atteindre une réelle montée en expertise à moins de 120h de formation de haut niveau. C'est pourquoi ce vadémécum détaille dans cette partie les éléments qui permettront de mettre en place **un plan de formation de 24 jours sur 2 ans à destination des référents-MC, constitué de 6 jours au niveau national et 18 jours au niveau académique**. Cette formation a vocation à bénéficier à un public plus large (IEN/CPC/Maitres formateurs) afin de monter en compétence l'ensemble de l'encadrement permanent en circonscription.

En application des recommandations du rapport, la mission des référents-MC est de viser le développement professionnel dans la confiance des professeurs des écoles, par un accompagnement des groupes au plus près des besoins de terrain.

Le présent vadémécum propose de construire ce plan de formation autour de quatre axes permettant une mise en œuvre de ces préconisations de manière efficace.

- Le premier consiste à développer les qualités d'accompagnateur du référent-MC et à l'outiller en matière de suivi et de travail collaboratif pour travailler dans la confiance selon des modalités plus horizontales et pensées en réseau.
- Le deuxième axe propose de travailler sur la maîtrise des savoirs en mathématiques afin de permettre au référent-MC de disposer de connaissances disciplinaires solides propres à faire monter en compétences les professeurs des écoles.
- Le troisième axe est complémentaire du second tout en s'en différenciant et vise à outiller le référent d'un point de vue plus pratique dans le champ des connaissances didactiques et pédagogiques qui lui permettront d'enrichir et de problématiser les pratiques de terrain des professeurs des écoles.
- Le dernier axe concerne les repères nécessaires relatifs à des éléments de culture professionnelle, en particulier par rapport aux spécificités de l'enseignement dans le premier degré.

Axe I - Une approche centrée sur la confiance et le développement professionnel entre pairs [3 journées en académie & 1 journée au national]

Il s'agira dans ces modules de former les référents-MC à des nouvelles modalités de travail avec les enseignants afin de permettre des échanges réciproques fondés sur la confiance, « *basée(s) sur la recherche de coopérations accordant une large place à la réflexion des enseignants* » comme le précise le rapport. Le référent-MC doit être reconnu comme un pair, mais aussi comme un expert disciplinaire.

Les rubriques suivantes permettent de préciser les différentes dimensions de la formation mais également d'outiller le référent-MC d'un point de vue opérationnel.

1. Définir la fonction d'accompagnateur

Les formations devront permettre au référent de bien comprendre et de se saisir de la posture attendue, ce qui est précisé dans les deux points suivants.

L'accompagnement renvoie à une double dimension de rencontre et de cheminement avec l'autre. Il s'agit d'aider les professionnels à analyser, comprendre et gérer les situations problématiques en évitant toute attitude prescriptive. C'est donc une relation restant asymétrique, volontairement formative et réflexive.

La posture d'accompagnateur du référent mathématique est celle de l'« ami critique ». Il est le compagnon qui écoute, s'adapte, aide, conseille sans prendre de décision à la place de l'équipe enseignante. Selon le contexte, le référent mathématique pourra conseiller les équipes (donner un avis d'expert), les suivre (proposer des méthodes et outils) ou les guider (aider à définir des objectifs et des organisations).

À cet égard, il établit un contrat (feuille de route), pour aider à formuler les besoins, engager chacun à partager son expérience, à exprimer ses points forts et ses difficultés. C'est dans un subtil équilibre que la relation fonctionne, en s'appuyant sur la discussion, la confrontation, le partage et les rétroactions. Le référent-MC n'évalue pas le travail réalisé, mais il donne des outils d'auto-évaluation et encourage un retour réflexif sur les actions.

La formation doit permettre d'outiller le référent-MC sur les points suivants :

- L'accompagnement individuel et collectif
- L'accompagnement en présentiel et à distance
- Les outils d'accompagnement, notamment les outils de travail collaboratifs

2. Mettre en place un dispositif d'accompagnement entre pairs

Les référents devront disposer d'outils d'observation des séquences en classe. La posture d' « ami critique » prendra ici tout son sens.

L'analyse de pratiques, analyse individuelle et/ou collective des difficultés et des réussites des enseignants, est à développer d'une manière générale. Les référents-MC devront être formés à leur méthodologie, à leur problématisation au sein d'un programme annualisé d'accompagnement du groupe pour lui permettre de définir des axes de travail clairs lors de ces séances. Ils devront maîtriser les composantes d'une démarche d'ingénierie de formation leur permettant de construire des actions pertinentes auprès de et avec les enseignants, comme par exemple les étapes : observer, analyser, concevoir, élaborer.

Un exemple intéressant à développer est la « lesson study »⁸ (étude collective d'une séance, d'une séquence ou d'une situation). Elle correspond à une démarche de recherche-formation à l'échelle de l'école favorisant le développement professionnel de l'équipe enseignante. La séance ou la séquence élaborée collectivement, avec une aide extérieure (ici le référent-MC), sont ensuite mises en œuvre dans une classe par un ou plusieurs enseignants. Les autres enseignants du groupe observent la mise en œuvre des leçons notamment vis à vis des apprentissages des élèves. L'étape suivante consiste à discuter les observations afin de dégager ce qui a été appris et ce qui peut être amélioré.

3. Travailler de manière collaborative

Le rapport précise la nécessité d'un travail concerté et en réseau à l'échelle du département et plus largement au niveau académique. Le nouveau maillage de l'académie constitué par l'ensemble des référents-MC est une opportunité pour faire évoluer rapidement les formes de travail.

a. Travailler en réseau au niveau académique

Les formations devront permettre aux référents d'inscrire leur action de manière efficace en travaillant non pas de manière isolée dans leur circonscription mais bien au contraire en échangeant le plus souvent possible avec leurs homologues et partenaires départementaux.

- avec les IEN (IEN Adjoint du DASEN, IEN de circonscription, IEN chargé de la mission mathématique au niveau départemental) et le chargé de mission académique pour :
 - planifier les actions de formation ;
 - relayer/échanger les informations et les bilans des actions.

⁸ Lessons Studies : <https://eduveille.hypotheses.org/8807>

- avec les autres référents en créant des groupes de discussion et en se regroupant de manière régulière et planifiée pour :
 - mutualiser les productions ;
 - échanger autour des outils collaboratifs ;
 - partager les ressources et leurs évolutions ;
 - partager les pratiques et analyser les modalités d'accompagnement.

b. Maîtriser les outils numériques pour le travail collaboratif

L'accompagnement des différents groupes par le référent-MC ou leur mise en réseau implique la maîtrise *a minima* d'outils numériques adaptés favorisant le travail collaboratif.

Les référents devront ainsi être formés ou sensibilisés aux outils numériques en particuliers ceux :

- relatifs à l'écriture collaborative⁹ ;
- en lien avec le stockage et le partage de fichiers¹⁰ ;
- mis à disposition par l'académie ou en Opensource.

Axe II- Savoirs disciplinaires en contexte scolaire et culture mathématique [9 journées en académie + 1 journée au national]

Comme le rappelle le rapport, la formation initiale des enseignants en mathématiques est largement insuffisante. Il existe ainsi des zones d'inconfort, voire de réelles difficultés, pour nombre de professeurs des écoles dans certains champs des mathématiques.

Ce déficit dans les savoirs disciplinaires se traduit par des dysfonctionnements dans l'enseignement des mathématiques auprès des élèves, comme par exemple la difficulté pour l'enseignant à problématiser les choix pédagogiques par manque d'options disponibles ou encore des obstacles dans le repérage et la compréhension de l'origine des erreurs des élèves.

Ce manque de profondeur dans la compétence disciplinaire fait que didactique et pédagogie sont devenues en partie inefficaces. C'est donc un point qui doit être travaillé au plus près des besoins formulés par les professeurs eux-mêmes et il est donc essentiel et nécessaire que le référent-MC dispose de connaissances mathématiques solides, **qui ne se limitent pas aux seuls programmes**, pour appréhender ou analyser les problématiques mathématiques des professeurs.

⁹ Par exemple framapad, dropbox paper, googledoc, padlet, edmodo

¹⁰ Par exemple framadrive, dropbox, onedrive, googledrive, seafile

On pourra donc aborder les points disciplinaires exposés dans les paragraphes suivants, le chapitre **Nombres et Calcul** étant le plus important.

En complément des trois grands domaines exposés ci-après, des modules pourront également aborder la question de la langue dans les énoncés (logique, algorithmique, géométrie) [Mesure 8]. Afin de pouvoir enrichir leurs interventions ou proposer des points d'appui aux enseignants accompagnés, les référents devront posséder une bonne connaissance des ressources en ligne ou non à mettre à disposition des professeurs des écoles [Mesure 21] et des ressources locales : les moocs, les sites académiques, m@gistere, ressources d'accompagnement Eduscol, Culture Maths, Images des maths, les sites des IREM, les sites de l'APMEP, les musées de mathématiques (et/ou de sciences) et les expositions (physiques ou disponibles en ligne).

1. Nombres et Calcul [Mesure 11]

Il s'agira de préciser et mettre en perspective la nature des nombres fréquentés en primaire (entiers, fractions et décimaux). Les référents devront connaître leur épistémologie [Mesure 9], **leur construction mathématique, leurs usages**, leur vocabulaire spécifique. Le rôle de la base dans l'écriture (décimale ou base 2 dans le cadre de son utilisation en informatique ou pour faire comprendre le principe de la numération de position) et l'apparition tardive du zéro. La pluralité des fonctions du nombre (dénombrer, comparer, ordonner, mesurer, quantifier, exprimer une relation, opérer,...) est un élément important des formations. En particulier, les modules pourront aborder les points suivants dont la liste et le détail ne sont pas exhaustifs :

- **Nombres entiers naturels et numération**

Seront ici abordés par exemple les notions de dénombrement et de successeur. Les différentes écritures des entiers naturels (base 10 ; base 2) et un point de vue historique constitueront des approches intéressantes. Les apports des sciences de la cognition dans la conceptualisation du nombre pourront être des connaissances connexes pertinentes.

- **Fractions**

La place de la fraction permettant de pallier l'insuffisance d'un nombre entier d'unités pour effectuer une mesure, la fraction utilisée dans l'opération de partage¹¹. Une bonne maîtrise du concept de fraction est un des attendus de cette formation. Le rapport entre le concept de fraction et le concept de quotient constituera un élément important de la formation.

- **Nombres décimaux**

Les rapports bien compris entre écriture fractionnaire et écriture décimale sont le cœur d'une bonne formation. La particularité des mesures des grandeurs à l'aide de nombres décimaux, les changements d'unités constitueront des points d'étude dans les modules. On veillera à sensibiliser les référents au fait

¹¹ $1/3$ d'une chose se traduit par $1/3 \times$ chose, le « de » signifiant mathématiquement toujours « \times ».

que les nombres décimaux ne permettent pas de résoudre tous les problèmes. Le cas particulier des fractions non décimales comme $1/3$ et $1/7$ sera abordé, la notion d'écriture décimale illimitée périodique pouvant être abordée ici au travers d'exemples simples et illustrer la puissance et l'intérêt d'un algorithme de division posée (à tort souvent mal aimé).

- **Calcul**

C'est le chapitre principal du rapport Villani-Torossian et les principales focales des consignes récentes de la DGESCO. Les problématiques relatives au calcul sont nombreuses et traversent beaucoup de notions, mais sont souvent mal comprises et mal analysées et au final mal enseignées. C'est donc un point majeur de la formation et il faut à ce titre se référer au chapitre du rapport Villani-Torossian.

Des connaissances sur les apports récents des sciences cognitives sur les rapports entre mathématiques et cerveau comme ceux relatifs à la conceptualisation du nombre, les représentations mentales ou encore à l'arithmétique du cerveau pourront venir compléter ces modules de formation. Par exemple : l'addition (et sa commutativité) est relativement bien programmée dans le cerveau, ce qui n'est pas le cas de la multiplication. Le caractère commutatif de la multiplication ne va pas de soi pour le cerveau des humains ($12 \times 0,8$ n'est pas traité de la même manière que $0,8 \times 12$).

- **Les algorithmes de calcul**

Concernant les algorithmes de calcul posé, on soulèvera la question de la signification mathématique des terminologies (poser, retenir, abaisser, décaler). Un angle intéressant et très propre à être réinvesti sur le terrain est le suivant : poser en France ou ailleurs ou en d'autres temps, quelle interprétation des algorithmes, quelles difficultés, quels avantages ?

- **Ordres de grandeur ; valeur (décimale) approchée**

Les modules de formation questionneront la notion d'ordres de grandeur : nature et utilisation dans les calculs (calculs exacts et calculs approchés).

Un point crucial sera aussi la compréhension de la notion d'erreur dans un calcul approché.

Mais on veillera également à permettre aux référents de pouvoir lever aisément chez les professeurs des écoles les ambiguïtés ou incompréhensions du style : $\pi = 3,14$? $1/3 = 0,33$ ou $1/3 = 0,333$?

2. Grandeurs et mesures

On posera et précisera la notion de grandeur et le rôle fondamental que jouent les unités pour les mesurer. Les grandeurs ayant vocation à être comparées additivement ou multiplicativement, il en résulte un lien profond avec les nombres et les opérations de base, qui permet une approche didactique riche et féconde à exploiter dans les classes.

L'exemple des angles sera éclairant pour illustrer le fait qu'il existe des unités avec dimension et des unités sans dimension.

Bien comprendre et utiliser les grandeurs quotient ou produit qui sont d'un usage fréquent dans la vie de tous les jours est important. Ce point étant l'objet de nombreuses confusions ou incompréhensions, la connaissance et l'étude d'exemples simples permettra d'outiller les référents sur le terrain : par exemple quatre fois 3cm font 12cm pour calculer un périmètre, mais 4cm fois 3cm font 12 cm² pour calculer une aire¹².

“Mesure et Mesurer” est parfois source de difficultés didactiques dans les classes : quelle différence entre la mesure théorique et le mesurage physique ? Que signifie l'ordre de grandeur des mesures (de grandeurs). Il conviendra de détailler les différences terminologiques et les procédés sous-jacents respectifs entre les trois termes Comparer/Estimer/Mesurer. L'égalité et le symbole « = » pourra faire l'objet d'une attention particulière concernant leur statut et leurs différentes significations : annonce du résultat d'une opération, égalité entre deux expressions du même nombre, entre deux mesures d'une même grandeur, l'égalité dans une équation, la vérification d'une égalité, une suite d'égalités successives ou encore l'assignation d'une valeur à une variable.

On abordera sur ces questions le lien avec les autres sciences : exemples de modélisations, de résolutions, d'interprétations.

3. Géométrie

La géométrie constitue un vaste champ d'étude mais qui, dans un cadre resserré sur des objectifs opérationnels relatifs aux contenus des programmes de cycle 2 et 3, peut s'avérer un investissement efficace en termes de formation pour lever à peu de frais des difficultés récurrentes chez les enseignants.

On pourra étudier les différences terminologiques entre figure géométrique, dessin (à main levée ou instrumenté), représentation graphique, forme géométrique. On pourra faire ici des liens à la fois avec leurs intérêts didactiques respectifs dans l'enseignement des mathématiques mais aussi avec la pertinence respective de leurs occurrences pédagogiques en classe.

On abordera les propriétés fondamentales des transformations géométriques et des catégories usuelles de figures géométriques. Un regard critique sur l'articulation progressive de ces enseignements dans les programmes de cycle 2 puis de cycle 3 pourra être dressé en parallèle.

Dans la continuité du travail autour des propriétés des figures géométriques usuelles, un angle intéressant à aborder pourra être la mise en perspective des constructions possibles avec un ou

¹² A ce propos, cm² est fondamentalement mal écrit et signifie (cm)² soit c²×m²=0,0001 m² et non pas c(m²)=0,01 m²

plusieurs des instruments de géométrie classiques, comme les constructions à la règle et au compas : comment tracer un angle droit ? Comment tracer 2 droites parallèles ? Comment tracer un carré ?

Sitographie Axe- II

1. <http://images.math.cnrs.fr> (Image des Maths)
2. <http://culturemath.ens.fr/> (Culture Math)
3. <http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique134> (portail des irem, dossiers et ressources)
4. <http://www.cnesco.fr/fr/numeration/> (Site du Cnesco)
5. <http://eduscol.education.fr/>

Axe III- Savoirs didactiques et pédagogiques [4 journées en académie & 2 journées au national]

Les savoirs didactiques et pédagogiques seront mis en lien, dans les formations, avec les mathématiques proposées dans l'axe II.

Ces modules de formation viseront à outiller les référents d'un point de vue pratique mais aussi théorique. Ils seront ainsi à même de proposer des outils aux enseignants mais surtout d'initier chez eux un rapport réflexif et une vigilance sur leurs choix didactiques et pédagogiques.

1. Les « méthodes » pour un apprentissage efficace

Une réflexion importante dans le domaine de la didactique des mathématiques devra être abordée dans un ensemble de modules concernant les apprentissages efficaces, abordés dans le rapport notamment par le biais des Mesures 6, 12 et 5 du rapport Villani-Torossian.

Les points et notions présentés dans les prochains paragraphes sont en effet trop souvent méconnus et sont trop peu considérés dans la réflexion didactique de nombre de professeurs des écoles. Ils constituent un socle essentiel autour duquel le référent-MC pourra construire les actions de formation qu'il mettra en place auprès des groupes.

En particulier, les référents-MC devront être formés aux étapes d'apprentissages dans l'enseignement des mathématiques en pointant l'importance du triptyque Manipuler et Expérimenter, Verbaliser, Abstraire [Mesure 5].

Ils seront dans le même esprit sensibilisés aux confusions possibles entre l'articulation Faire/Apprendre et Comprendre/Réussir. La place du cours [Mesure 6] sera aussi un point d'étude à mettre en perspective dans ces modules.

Un point important qui devra être abordé concerne la preuve en mathématiques [Mesure 6]. En particulier, on attachera une attention à la place de l'oral dans la construction de la preuve : la phase de verbalisation, de « mise en mots » par les élèves est une phase intermédiaire, souvent oubliée ou trop implicite. De même, la place des écrits intermédiaires et leurs formes diverses seront mises ici en perspective.

L'importance des automatismes en mathématiques [Mesure 12] fera également partie des points qui seront abordés. Il conviendra ici par exemple de permettre aux référents de problématiser et mettre en perspective la place du calcul, l'apprentissage des quatre opérations et l'acquisition nécessaire des automatismes, dans une automatisation qui s'appuie sur le sens.

D'autres modules pourront par ailleurs aborder des éléments didactiques essentiels comme la question de l'enseignement explicite, les rapports désormais bien établis par la recherche entre mémorisation et fonctionnement du cerveau voire plus largement entre les mathématiques et les sciences cognitives ou encore aborder la place de la métacognition dans les apprentissages efficaces.

De manière analogue, les référents-MC seront sensibilisés aux principes des démarches d'investigation¹³ lorsqu'elles sont couplées avec l'explicitation efficace des apprentissages (qu'ai-je appris ?) et la place de l'écrit qui en résulte [Mesure 6].

Plus généralement bien comprendre le rôle de l'enseignant dans l'institutionnalisation et le travail particulier sur le cours et la place du cours, est indispensable.

2. Des outils pour enseigner

Pour permettre un enseignement plus efficace un temps de formation doit être consacré aux tutoriels accompagnant les équipements des écoles que ce soit les objets de manipulation réels ou virtuels, les livres ou les ressources, les logiciels spécifiques.

Les modules de formation permettront aux référents-MC de :

- s'attacher aux objets de manipulation et à leurs didacticiels : pourquoi et comment manipuler de vrais objets à tous les niveaux de la scolarité ; comment abstraire et généraliser à partir d'objets concrets ? Les référents-MC devront être formés de manière à porter une attention particulière sur les caractéristiques pédagogiques et didactiques des matériels utilisés dans la classe et sur l'effet

¹³ Par exemple <https://www.fondation-lamap.org/>

induit sur les apprentissages des élèves. Les formations devront aussi leur permettre de disposer d'exemples de mise en œuvre de séances intégrant des ressources matérielles reconnues.

- être attentifs au manuel et au guide pédagogique – dont relèvent les fichiers – qui devront être vus comme des supports non exclusifs à l'activité. Les référents-MC être sensibilisés à l'analyse de ces documents, comment choisir des activités en complément, comment sortir des activités fiche/crayon et dans quelles perspectives.
- être sensibilisés à la place fondamentale du jeu et des jeux dans les apprentissages : leur intérêt comme outils pour motiver les élèves, pour travailler les six compétences de mathématiques (chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer) ou encore pour travailler une notion en particulier, tout en gardant bien en tête la nécessaire explicitation des apprentissages mathématiques à travers le jeu.

Sitographie Axe III

1. <http://eduscol.education.fr/lettres/actualites/actualites/article/enseigner-plus-explicitelement-un-dossier-de-la-dgesco.html>

Axe IV - Culture professionnelle du référent [2 journées en académie & 2 journées au national]

L'école primaire constitue un premier contact de l'élève avec les mathématiques et plus largement une période essentielle de la structuration d'un mode de raisonnement scientifique indissociable du développement de l'enfant. À ce titre, le référent-MC devra être formé à la spécificité de l'enseignement des mathématiques dans le premier degré, s'il en est au départ éloigné.

Il est nécessaire de sensibiliser les référents-MC, en particulier ceux issus de l'enseignement du second degré, au contenu et surtout à l'articulation générale des programmes de mathématiques des cycles 2 et 3. Une mise en perspective avec ceux du cycle 4 pourra en complément s'avérer éclairante pour tous les profils de référents-MC.

1. Éléments généraux

Le référent-MC devra avoir une vue synthétique des principales méthodes existantes dans l'enseignement des mathématiques : en comprendre les principes, le fonctionnement et leurs fondements théoriques et pouvoir en dresser les points communs et les particularités.

Dans le même ordre d'idée, il est important qu'il puisse disposer d'un socle concernant les différents apports de la recherche, en particulier les avancées récentes. Il conviendra de renforcer les connaissances relatives aux rapports entre sciences cognitives et mathématiques (importance de l'erreur, conceptualisation du nombre, place de la manipulation, processus attentionnels et inhibition, etc.) ou encore celles relatives aux temps chrono biologiques de l'enfant (les dynamiques attentionnelles, les théories sur la motivation intrinsèque/extrinsèque).

Par ailleurs, il devra être formé de manière à avoir une culture de base de l'évaluation [Mesure 13] – que ce soit celle relative aux élèves, au professeur, entre collègues mais aussi celle propre à l'analyse et l'interprétation des études et évaluations internationales et nationales (Timss, Pisa, etc..) – pour permettre une bonne compréhension de l'évaluation formative (repérer la cause des erreurs et apporter une remédiation adaptée; repenser plus globalement le statut de l'erreur dans le processus d'apprentissage; prendre en compte les progrès des élèves, etc.) ou pour dégager des programmes éducatifs ayant montré leur efficacité.

Il devra être formé et sensibilisé également aux spécificités de l'enseignement en éducation prioritaire, au développement de l'égalité Filles/Garçons [Mesure 19] ou encore à l'existant dans l'animation périscolaire et les clubs [Mesure 7].

2. Les spécificités de l'enseignement des mathématiques au premier degré

On abordera par exemple la place des mathématiques « apprises » au premier degré que ce soit dans la vie d'un citoyen (consommateur, contribuable, emprunteur, voyageur) mais aussi dans la construction d'un mode de pensée et de raisonnement : partage, équité, estimations, organisation de procédures, fractionnement des problèmes. La comparaison dialectique avec la place des mathématiques dans le parcours d'un collégien (sans forcément s'étendre sur les programmes de mathématiques du collège) pourra être éclairante, notamment au travers de l'étude de certains énoncés de DNB de diverses disciplines.

D'autres points importants seront problématisés dans ce point de formation : les difficultés didactiques ou scientifiques liées à la construction par « couches successives » des savoirs mathématiques, l'importance cruciale des fondations de ce savoir mais aussi le fait de bien comprendre la spécificité des mathématiques dans la pluridisciplinarité du premier degré.

Un point particulier d'attention essentiel sera porté sur la formation des référents aux apports des sciences de la cognition à ce sujet : quel âge pour apprendre quoi en mathématiques ? Quand mémoriser ? Pourquoi ? Cela permettra aux référents-MC de problématiser dans les formations ces principes encore trop méconnus.

Enfin il sera important de montrer comment il est possible de tirer parti de la polyvalence des enseignants du premier degré pour donner du sens aux mathématiques comme lieu de modélisation de questions posées par d'autres enseignements : par exemple pour les liens entre art et géométrie, grands nombres et histoire ou géographie, proportionnalité et EPS, grandeurs et mesures et sciences expérimentales.

Sitographie Axe IV

1. <http://veille-et-analyses.ens-lyon.fr/>
2. <http://www.cnesco.fr/fr/numeration/bilan-des-acquis/>
3. <https://www.cnesco.fr/fr/numeration/apprentissage-en-3-etapes/>
4. <http://www.cnesco.fr/fr/comparaison-pisa-timss/>
5. <https://www.evidenceforessa.org/>